

## Partiel du 25 mai 2010

Aucun document autorisé. Le barème est uniquement indicatif.

Vous pouvez écrire les algorithmes en C ou en pseudo-code. Si cela vous pose trop de difficultés n'hésitez pas à répondre en décrivant un algorithme par des phrases! Vous pouvez faire appel à des fonctions auxiliaires vues en cours (comparaison, tris, sous-tableau, etc.).

### Première partie

9 points

#### Exercice 1 (Notation asymptotique).

Rappeler les définitions utilisées et justifier (démontrer) vos réponses à partir de ces définitions.

1. Est-ce que  $n^2 + n + 1 = \Theta(n^2)$ ?
2. Est-ce que  $n^3 = O(n^2)$ ?
3. Est-ce que  $4^n = O(2^n)$ ?

1 pt  
9 min  
1 pt  
9 min  
1 pt  
9 min

#### Exercice 2 (Piles, files).

Partant d'une pile vide, on ajoute (empile) 10, puis 20, 30, 40, 50 combien doit-on retirer (dépiler) d'éléments pour que le prochain élément qui sera retiré soit 40? (Facile) Même question en utilisant une file (initialement vide).

0,5 pt  
4 min

#### Exercice 3 (Tas puis ABR).

Soit la liste d'entiers : 5, 7, 2, 0, 1, 6, 3, 9, 4, 8. Vous pouvez répondre à chacune des questions en représentant seulement l'arbre obtenu et, lorsqu'il y a deux réponses correctes possibles, ne donner qu'une seule réponse.

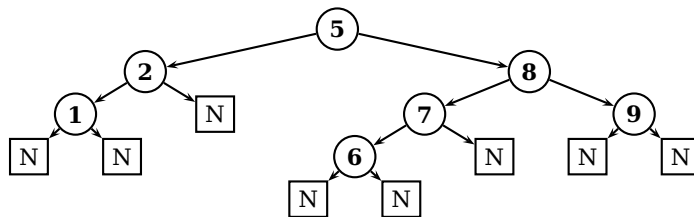
tot: 4.5 pt

1. À partir de la liste, former un **tas** par insertions successives (dans l'ordre de la liste).
2. Supprimer l'élément maximum du tas obtenu.
3. À partir de la liste, former un tas par l'autre méthode (qui utilise MaintienBas).
4. À partir de la liste, former un **arbre binaire de recherche** par insertions successives.
5. À partir de l'arbre de recherche obtenu supprimer l'élément 2.
6. En repartant de l'arbre obtenu à la question ??, supprimer l'élément 9.

1 pt  
9 min  
0,5 pt  
4 min  
1 pt  
9 min  
1 pt  
9 min  
0,5 pt  
4 min  
0,5 pt  
4 min

#### Exercice 4.

Est-il possible de colorier tous les nœuds de l'arbre binaire de recherche ci-contre pour en faire un arbre rouge noir? Justifier en rappelant la définition.



1 pt  
9 min

### Seconde partie : problèmes

11 points

#### Exercice 5.

1. Écrire une fonction récursive  $\text{NombreGauche}(x)$  prenant en entrée un arbre binaire de recherche et donnant le nombre de nœuds de l'arbre qui ont un fils gauche.
2. Est-il possible qu'un arbre binaire de recherche à  $N$  nœuds ait autant de nœuds ayant un fils gauche que de nœuds ayant un fils droit, tout en ayant une hauteur  $h$  en  $\Omega(N)$ ?

**Exercice 6.**

Écrire une fonction  $\text{PeignerDroite}(x)$  prenant en entrée un arbre binaire et le transformant en utilisant uniquement des rotations en un arbre binaire dont aucun nœud n'a de fils gauche. (Remarque : cette fonction n'a aucun intérêt pratique).

1,5 pt  
13 min

**Exercice 7.**

Étant donné un tableau  $T$  de  $N$  entiers et un entier  $x$ , on veut déterminer s'il existe deux éléments de  $T$  dont la somme est égale à  $x$ .

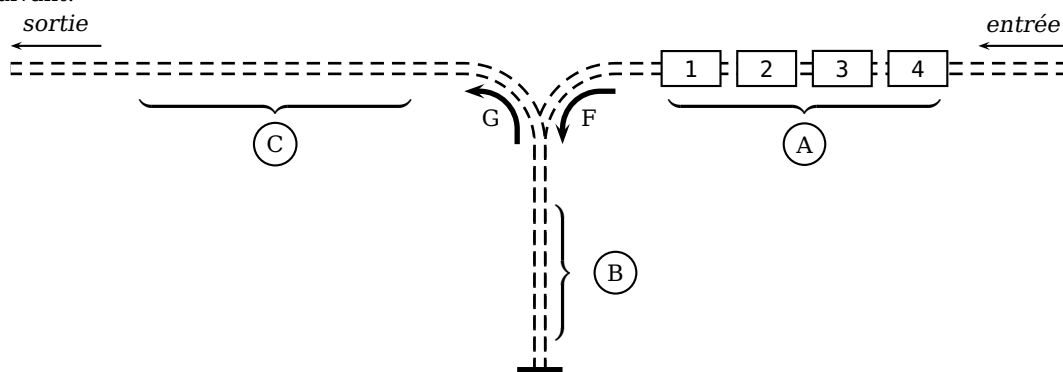
3 pt  
27 min

1. Donner un algorithme le plus simple possible, basé sur la comparaison, sans faire appel à des algorithmes du cours. Quel est le pire cas? Donner un équivalent asymptotique du nombre de comparaisons dans le pire cas. (Justifier)
2. Pouvez-vous donner un algorithme en  $O(N \log N)$  comparaisons en pire cas? (Justifier) Vous pouvez utiliser des algorithmes vus en cours et les résultats de complexité sur ces algorithmes.

**Exercice 8.**

On suppose que 4 wagons numérotés de 1 à 4 sont placés en entrée sur le réseau ferroviaire suivant.

tot: 5 pt



Les actions possibles sont : Ajouter(wagon) qui fait entrer un nouveau wagon sur le réseau (le wagon arrive par l'entrée dans la zone A), Retirer() qui fait sortir un wagon (le wagon sort de la zone C par la sortie) ainsi que F() qui fait passer un wagon de la zone A à la zone B et G() qui fait passer un wagon de la zone B à la zone C. Par exemple, la séquence d'actions : Ajouter(1), Ajouter(2), Ajouter(3), Ajouter(4), F(), F(), F(), F(), G(), G(), G(), G(), Retirer(), Retirer(), Retirer(), Retirer() donnera, par ordre de sorties : 4, 3, 2, 1.

1. Si la séquence de wagons ajoutés est 1, 2, 3, 4 dans cet ordre, peut-on obtenir en sortie les wagons dans l'ordre 2, 4, 3, 1 (expliquer)?
2. Même question avec six wagons en entrée 1, 2, 3, 4, 5, 6 et la sortie 3, 2, 5, 6, 4, 1 puis la sortie 1, 5, 4, 6, 2, 3.
3. On peut modéliser le réseau comme l'assemblage de trois structures de données élémentaires, une par zone (zone A, zone B, zone C). Quelles sont ces structures de données? Comment coder les quatre actions possibles à partir des opérations élémentaires des structures de données choisies?
4. On suppose que l'on a une structure de données réalisant le réseau et ses quatre actions. Comment l'utiliser pour implanter une pile? Une file? (Décrire les opérations d'ajout et de retrait de ces deux structures de données élémentaires à partir des quatre actions).
5. Donner une séquence de wagons en entrée, la plus courte possible, et un ordre de sortie que l'on ne peut pas réaliser (expliquer).

1 pt  
9 min

1 pt  
9 min

1 pt  
9 min

1 pt  
9 min

1 pt  
9 min